

Jerzy Janowicz

Egzamin ósmoklasisty 2021 – inny czy taki sam jak dwa poprzednie?

Egzamin ósmoklasisty za nami, po raz trzeci. Centralna Komisja Egzaminacyjna przedstawiła szczegółowy raport. Spójrzmy okiem nauczyciela na arkusz egzaminacyjny i opublikowane materiały. To będzie główny temat tego artykułu. Główny, ale niejedyny, bo stosunkowo niedawno, przed pierwszym E8, spodziewaliśmy się, że po kilku kolejnych egzaminach będzie można więcej powiedzieć zarówno o kondycji matematycznej ósmoklasistów, jak i o samej procedurze diagnostycznej. Tymczasem ani przygotowanie do tegorocznego egzaminu nie przebiegało tak, jak wszyscy byśmy chcieli, ani organizacja egzaminu nie była w pełni zgodna z pierwotnymi założeniami. Warto się więc zastanowić, jak wyjątkowe okoliczności związane z pandemią wpłynęły na przebieg i wyniki tegorocznej diagnozy, a także jak sobie radzić z przygotowaniem młodzieży do egzaminu w przypadku, gdyby znów trzeba było organizować proces nauczania w trybie nadzwyczajnym.

1. Co było inaczej?

W grudniu 2020 roku Centralna Komisja Egzaminacyjna opublikowała aneks do „Informatora o egzaminie ósmoklasisty z matematyki” obowiązujący w roku szkolnym 2020/2021 (nieco później przedłużono jego obowiązywanie również na rok szkolny 2021/2022). W tym dokumencie zawarto opis zmian organizacyjnych i merytorycznych w przeprowadzeniu egzaminu. Przypomnijmy je pokrótce.

- **Struktura arkusza egzaminacyjnego**

Liczba punktów za zadania zamknięte w arkuszu pozostała niezmienną, ale liczbę punktów za zadania otwarte zmniejszono z 15 do 10. To spowodowało, że zadań tego typu w roku 2021 było o 2 mniej niż na dwóch poprzednich egzaminach.

- **Treści nauczania – wymagania szczegółowe**

Te zmiany można podzielić na trzy kategorie:

- Treści usunięte bez znaczenia dla zakresu przygotowania do egzaminu:
 - obliczenia wymagające użycia kalkulatora,
 - stosowanie algorytmu dzielenia, gdy dzielnik jest liczbą trzycyfrową lub większą,
 - zadania na ustalanie, ile liczb spełnia podany warunek (często można umieścić je w innym kontekście, np. podzielności: ile jest liczb parzystych, które...),
 - zastosowania liczb ujemnych (uczniowie i tak je znają),
 - przykłady zadań ilustrujące daną umiejętność,

- umiejętności niesprawdzalne na egzaminie (rysowanie, mierzenie zadaną dokładnością, gromadzenie danych statystycznych).
- Treści usunięte mało znaczące dla zakresu przygotowania do egzaminu:
 - umiejętności powtarzające się, dobrze ćwiczone przy innych umiejętnościach zamieszczonych w wymaganiach egzaminacyjnych (np. rozpoznawanie kwadratów i sześciątów liczb czy liczb pierwszych, obliczenia na ułamkach, obliczanie długości odcinka w układzie współrzędnych),
 - umiejętności, których i tak trzeba będzie uczyć, realizując inne wymagania podstawy programowej (np. rozdzielną mnożenia względem dodawania – niezbędna przy mnożeniu sum algebraicznych przez jednomian, zapisywanie prostych wyrażeń algebraicznych, własności trójkąta równoramiennego),
 - zapoznanie uczniów z umiejętnościami, które są w głębszy sposób ćwiczone dopiero po egzaminie (rozpoznawanie promienia, cięciwy czy średnicy w okręgu i kole),
 - umiejętności niesprawdzalne na egzaminie (układanie i rozwiązywanie łamigłówek),
 - umiejętności mało przydatne w szkole podstawowej (zaznaczanie na osi liczbowej zbioru liczb spełniających nierówność, znajdowanie punktów kratowych należących do danej prostej).
- Treści usunięte mające dostrzegalne znaczenie dla zakresu przygotowania do egzaminu:
 - umiejętności trudne, mało przydatne matematycznie lub mające niewielkie zastosowanie w matematyce na poziomie szkoły podstawowej (np. zapisywanie i czytanie liczb w systemie rzymskim w zakresie do 3000, obliczanie NWD i NWW, obliczanie wartości bezwzględnej, notacja wykładnicza, szacowanie pierwiastka za pomocą liczb wymiernych, sprawdzanie, czy liczba jest rozwiązaniem równania stopnia drugiego lub trzeciego, znajdowanie środka odcinka o danych współrzędnych końców),
 - umiejętności trudne do wyćwiczenia i niełatwe do zdiagnozowania (np. szacowanie wyników działań),
 - umiejętności ważne, które mogłyby pozostać (nierówność trójkąta, zależności między długościami krawędzi graniastopuła, obliczenia kalendarzowe, działania na pierwiastkach, mnożenie dwumianu przez dwumian),
 - umiejętności ważne i użyteczne, ale trudne do opanowania przez uczniów na tym poziomie doświadczenia matematycznego (przystawanie trójkątów, obliczenia procentowe dotyczące wielokrotnych podwyżek lub obniżek, dowody geometryczne, obliczanie objętości i pola powierzchni ostrosłupów, które nie są prawidłowe).

2. Arkusze egzaminacyjne z lat 2019 i 2020 a wymagania z aneksu

Nim dokładniej przeanalizujemy tegoroczny zestaw, warto spojrzeć na arkusze z lat 2019 i 2020 i postawić sobie pytanie – które z zadań tam zawartych nie mieszczą się w wymaganiach zapisanych w aneksie? Wbrew pozorom nie jest ich tak dużo.

Rok 2019

Zadanie 1. (0–1)

Na rysunku przedstawiono kartkę z kalendarza na rok 2017.



Natalia obchodzi urodziny 31 sierpnia, jej siostra Ewa – 18 sierpnia, a brat Karol – 2 października.

Oceń prawdziwość podanych zdań. Wybierz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

W 2017 r. urodziny Ewy wypadły w piątek.	P	F
W 2017 r. dniem urodzin Karola był poniedziałek.	P	F

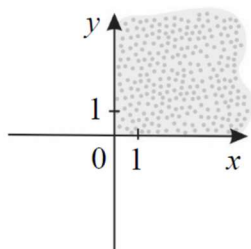
To zadanie dotyczy obliczeń kalendarzowych (klasy IV–VI, umiejętność szczegółowa XII.4) i w oczywisty sposób nie mieści się w zakresie umiejętności diagnozowanych w roku 2021.

Zadanie 9. (0–1)

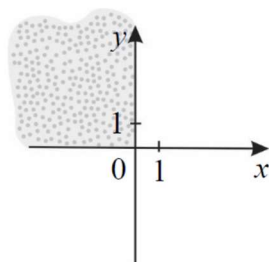
W układzie współrzędnych wyznaczono odcinek o końcach w punktach K i L . Punkty te mają współrzędne $K = (-17, 6)$ oraz $L = (15, -4)$.

Na którym rysunku zakropkowana część płaszczyzny zawiera środek odcinka KL ?
Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

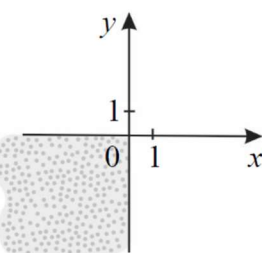
A.



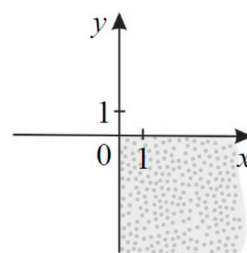
B.



C.



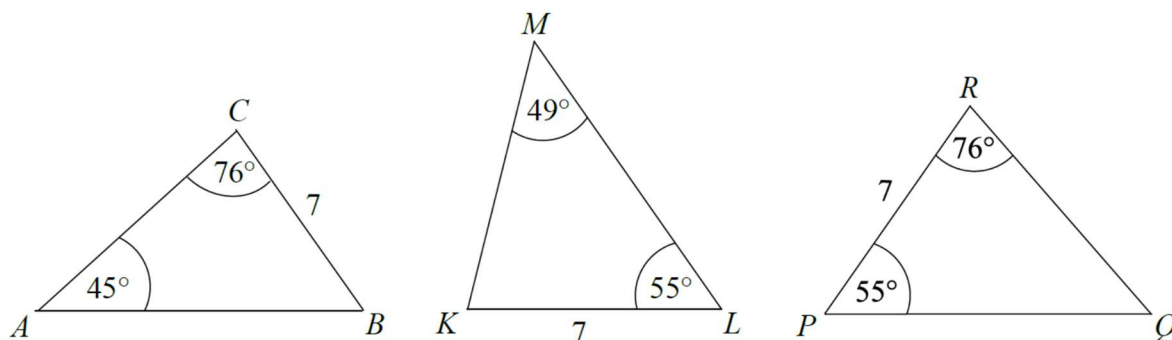
D.



Tu badaną umiejętnością było wyznaczanie środka odcinka o danych współrzędnych końców (klasy VII i VIII, umiejętność szczegółowa X.4).

Zadanie 11. (0–1)

Na rysunku przedstawiono trzy trójkąty.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Na podstawie informacji przedstawionych na rysunku można stwierdzić, że

- A. trójkąt ABC jest przystający do trójkąta KLM .
- B. trójkąt KLM jest przystający do trójkąta PQR .
- C. trójkąt PQR jest przystający do trójkąta ABC .
- D. wszystkie trójkąty są do siebie przystające.

Za pomocą tego zadania badano umiejętność rozpoznawania trójkątów przystających (klasy VII i VIII, umiejętność szczegółowa VIII.4). Kompetencja ta nie jest wymieniona w aneksie.

W arkuszu z roku 2019 są także trzy zadania, którym CKE przypisała umiejętności wykraczające poza aneks, ale można je rozwiązać bez wykorzystania tych umiejętności.

Zadanie 5. (0–1)

Adam przygotował karty do gry z czterech arkuszy kartonu. Najpierw podzielił każdy arkusz kartonu na cztery części, a następnie każdą z nich ponownie podzielił na cztery części. Tak powstał komplet kart. W grze bierze udział 5 graczy, z których każdy otrzymuje jednakową liczbę kart.

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Adam przygotował

A	B
---	---

 karty do gry.

A. 32

B. 64

Każdy gracz może otrzymać maksymalnie

C	D
---	---

 kart.

C. 12

D. 13

Tu wskazano jako diagnozowaną umiejętność II.17 z poziomu klas IV–VI: „uczeń wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby a przez liczbę b i zapisuje liczbę a w postaci: $a = b \cdot q + r$ ”. Tymczasem sytuacja arytmetyczna w tym zadaniu jest na tyle prosta, że niekoniecznie trzeba sięgać po aż tak zaawansowane środki. Wystarczy znajomość tabliczki mnożenia.

Zadanie 18. (0–2)

Adam zamówił bukiet złożony tylko z goździków i róż, w którym goździków było 2 razy więcej niż róż. Jedna róża kosztowała 4 zł, a cena jednego goździka wynosiła 3 zł. Czy wszystkie kwiaty w tym bukiecie mogły kosztować 35 zł? Uzasadnij odpowiedź.

W założeniu to zadanie miało badać umiejętność szacowania, ale tak naprawdę można je rozwiązać algebraicznie lub prowadząc proste rozumowanie arytmetyczne.

Zadanie 19. (0–3)

Z okazji dnia sportu w godzinach od 9:00 do 12:00 przeprowadzono połowę z wszystkich konkurencji zaplanowanych na cały dzień, a między 12:00 a 14:00 – jeszcze $\frac{1}{3}$ z pozostałych. O godzinie 14:00 z powodu deszczu zakończono zawody. W tym dniu nie przeprowadzono 12 zaplanowanych konkurencji. Ile konkurencji planowano przeprowadzić podczas całego dnia sportu? Zapisz obliczenia.

Temu zadaniu także przypisano jako jedną z diagnozowanych umiejętności szacowanie wyników działań na liczbach naturalnych. Interesujące jest to, że w sugerowanych rozwiązaniach publikowanych na stronie CKE trudno dopatrzeć się jakiegokolwiek szacowania. Stosowane są jedynie metody arytmetyczne (obliczenia) i algebraiczne.

Rok 2020

W arkuszu z tego roku jedynie cztery zadania wykraczają poza okrojony zakres, jaki obowiązywał w roku 2021.

Zadanie 6. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{12})$ jest równa

A. $\sqrt{3}$

B. 3

C. $\sqrt{45}$

D. $\sqrt{69}$

Uczeń mnoży i dzieli pierwiastki tego samego stopnia – taką umiejętność powinien osiąść ósmoklasista, aby rozwiązać to zadanie. Jest to kompetencja, która nie została wymieniona wśród diagnozowanych w 2021 roku.

Zadanie 16. (0–2)

W trójkącie o kątach wewnętrznych α, β, γ miara kąta α jest równa różnicy miar dwóch pozostałych kątów. Uzasadnij, że ten trójkąt jest prostokątny.

Jest to typowe zadanie na uzasadnienie pewnego faktu geometrycznego. CKE postanowiła, że w 2021 roku ta umiejętność nie będzie badana.

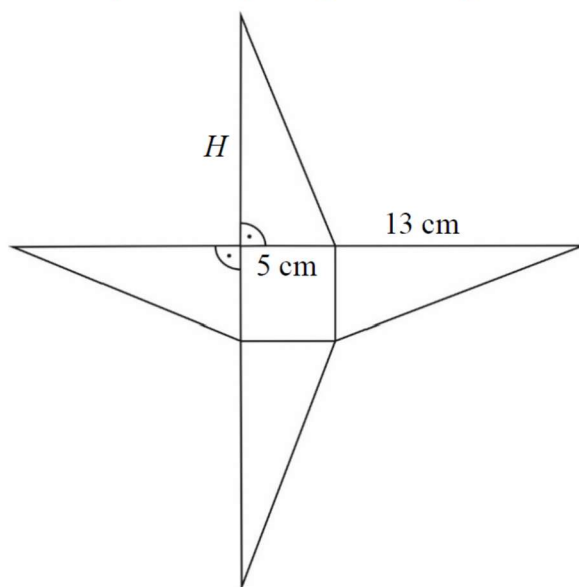
Zadanie 19. (0–3)

W zakładzie krawieckim są szyte poduszki dla zwierząt domowych. Praca w tym zakładzie trwa pięć dni w tygodniu – od poniedziałku do piątku – po 7 godzin dziennie. W 2020 roku 1 marca wypadł w niedzielę i w tym miesiącu nie było żadnych dni wolnych oprócz sobót i niedziel. W ciągu każdej godziny pracy szyto średnio 3 poduszki. Ile poduszek uszyto w tym zakładzie w marcu 2020 roku? Zapisz obliczenia.

Do rozwiązania tego zadania niezbędna jest wiedza związana z kalendarzem. Tu także postanowiono, że nie będzie ona sprawdzana na egzaminie w 2021 roku.

Zadanie 21. (0–3)

Podstawą ostrosłupa o wysokości H jest kwadrat. Na rysunku przedstawiono siatkę i podano długości niektórych krawędzi tego ostrosłupa.



Oblicz objętość tego ostrosłupa. Zapisz obliczenia.

To zadanie dotyczy ostrosłupa, który nie jest prawidłowy. Mogło się ono znaleźć w zestawie w roku 2020, ale w 2021 – już nie.

Jak widać, ingerencja w zakres treści, choć występująca w licznych miejscach w podstawie programowej, nie spowodowała wielkiej rewolucji w zestawach diagnostycznych. Po 3–4 zadania z poprzednich zestawów nie mieszczą się w zakresie obowiązującym w 2021 i 2022 roku. To znaczy, że tamte arkusze są dobrym materiałem ćwiczeniowym przed edycją 2022. Warto także zwrócić uwagę, że niektóre zadania wykraczające poza treści z aneksu można rozwiązać metodami, które są w nim ujęte. O tym także warto rozmawiać z uczniami, rozwijając w ten sposób ich kreatywność i pomysłowość w zakresie doboru metod.

Ciekawe jest też, że zadania z poprzednich lat, które nie spełniałyby kryteriów w tym toku, nie zawsze były trudne. W 2019 roku zadania te poprawnie rozwiązało od 32% zdających (zadanie 19) do 82% (zadanie 5). Oznacza to, że większość tych zadań była średnio trudna bądź dość łatwa. W zestawie z 2020 roku spośród czterech zadań zaprezentowanych wcześniej najslabiej wypadło zadanie 16 (dowód geometryczny) – rozwiązało je poprawnie zaledwie 7% uczniów. Najłatwiejsze natomiast okazały się obliczenia kalendarzowe w zadaniu 19 – właściwe rozwiązanie podało 67% zdających.

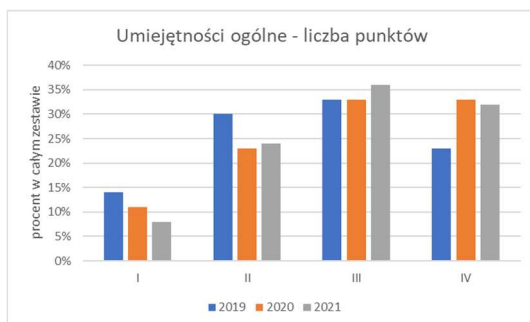
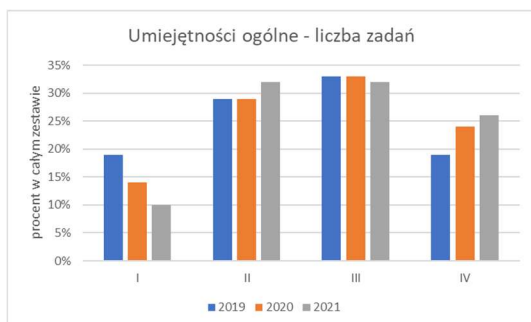
Czy to oznacza, że dobór treści z podstawy programowej, które nie były diagnozowane w roku 2021 i nie będą w 2022, był nie trafiony lub zbyt ostry? Z całą pewnością nie. To, że uczeń ma problem z rozwiązaniem zadania, może wynikać z różnych przyczyn. Trudność, złożoność materiału potrzebnego do jego rozwiązania to oczywiście jedna z nich. Należy jednak pamiętać, że aneks został opracowany na czas nadzwyczajny, gdy możliwości dydaktyczne zostały znacząco ograniczone. A przecież są takie umiejętności, które dla uczniów stają się jasne i łatwiej przyswajalne dopiero po konwersacji przy tablicy, po błędach i poprawkach, po wysłuchaniu głosu grupy, po wykonaniu eksperymentu, po zaistnieniu wielu jeszcze innych czynników, o które trudno w nauczaniu zdalnym lub nawet hybrydowym. A fakt, że przy okazji wskazano jeszcze kilka umiejętności nie najważniejszych, jest niewątpliwie korzystny i może stanowić przyczynek do dyskusji o nowym kształcie podstawy programowej.

3. Co mówi tegoroczna diagnoza?

Warto sprawdzić, jak te wszystkie zmiany przekładają się na wyniki egzaminu ósmoklasisty z maja 2021. Jak co roku diagnozowano:

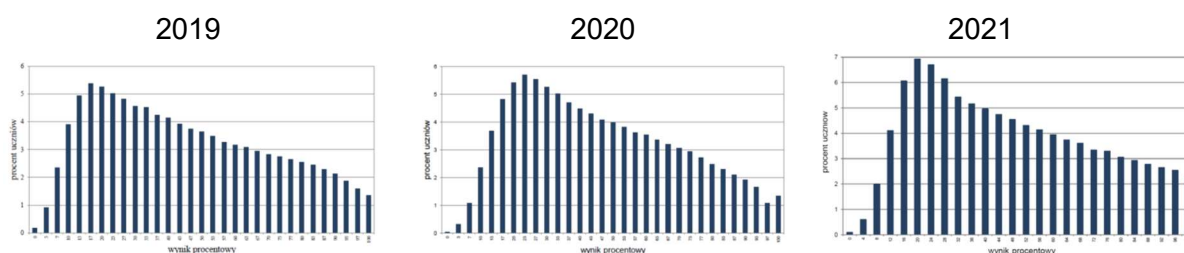
- I. sprawność rachunkową,
- II. wykorzystanie i tworzenie informacji,
- III. wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji,
- IV. rozumowanie i argumentację.

Rozkład liczby zadań i liczby punktów z trzech ostatnich egzaminów przedstawiono na wykresach.



Ostatni egzamin potwierdza tendencję do diagnozowania głównie umiejętności bardziej złożonych – III i IV. Prawie 70% punktów możliwych do zdobycia dotyczy tych dwóch zakresów i jest to nieco wyższa nota niż w poprzednich dwóch latach. Sprawność rachunkowa (I) oraz wykorzystanie i tworzenie informacji (II) wydaje się występować w mniejszym zakresie. Wydaje się – bo tak naprawdę poziom ich opanowania ma istotny wpływ na rozwiązywanie zadań badających wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji (III) oraz rozumowanie i argumentację (IV). Zauważmy, że taka konstrukcja arkuszy egzaminacyjnych wymusza niejako określone działania dydaktyczne lub – nawet szerzej – pewną strategię edukacyjną. W wielu sytuacjach głosi się, że szkoła ma nauczyć matematyki, a nie tylko przygotować do jak najlepszego zdania egzaminu, ale przy takim spojrzeniu widać, że są to cele ściśle ze sobą korelujące.

Warto spojrzeć również na rozkład wyników uzyskiwanych przez uczniów w ciągu trzech ostatnich lat. Ich rozkłady wyrażone w procentach przedstawiono poniżej.



Z danych opublikowanych przez CKE wynika, że średnia wszystkich wyników egzaminu z matematyki lekko wzrasta i przyjmuje kolejno wartości 45%, 46% i 47%. Nie ma to jednak wpływu na wartości najczęściej występujące w rozkładach. Dominanta w 2019 r. miała wartość 17%, w 2020 była równa 23%, a w bieżącym roku osiągnęła nieco niższy poziom, bo 20%. Podobnie jest z medianą, czyli środkowym wynikiem w uporządkowanym zestawie wyników. W pierwszym egzaminie ósmoklasisty była ona równa 43%, w drugim 46%, a w trzecim obniżyła się do 44%. Wahnięcia parametrów statystycznych nie są bardzo duże, ale skłaniają do stwierdzenia, że egzamin tegoroczny przysporzył uczniom więcej problemów niż dwa poprzednie. Przyczyn takiego stanu może być wiele i ich ustalenie wymagałoby głębszych badań i analiz. Niemniej trudno wykluczyć wszelkiego rodzaju perturbacje związane z nauczaniem w okresie pandemii.

Rozkłady wyników z trzech ostatnich edycji E8 są prawoskośne. Potwierdza to wcześniejsze obserwacje, że egzaminy nie są łatwe. Z drugiej jednak strony – jest jeden pozytywny aspekt. Otóż w tym roku najwyższe wyniki osiągnął wyraźnie większy odsetek ósmoklasistów. Być może byli oni bardziej odporni na przeciwności związane ze zdalnym nauczaniem i potrafili lepiej przystosować się do realiów edukacyjnych.

4. Zadania

W podsumowaniu tegorocznego egzaminu ósmoklasisty Centralna Komisja Egzaminacyjna wskazała zadania najtrudniejsze i najłatwiejsze dla zdających. Jedynie co czwarta osoba (dokładnie 26%) wskazała poprawne rozwiązanie w zadaniu 13:

Zadanie 13. (0–1)

Listewkę o długości 50 cm planowano pociąć na równe części. Iwona zaproponowała podział na kawałki po 5 cm i zaznaczyła na listewce czerwonym kolorem linie cięcia. Agata chciała podzielić tę samą listewkę na części po 2 cm i linie cięcia zaznaczyła na zielono.

Ile razy linia czerwona pokrywała się z linią zieloną? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 5

B. 4

C. 3

D. 2

Wydawałoby się, że to nietrudne zadanie zamknięte, które można rozwiązać „na piechotę”, wykonując odpowiedni rysunek lub wypisując dwa rzędy liczb. A okazało się najtrudniejsze w całym zestawie. Część uczniów, analizując sytuację, tworzyła model arytmetyczny, posługiwała się podzielnością przez 2 lub przez 5. Tu czyhała pułapka, gdyż liczba 50 (długość listewki) jest podzielna przez 2 oraz przez 5, ale nie jest miejscem cięcia, zatem odpowiedź A nie była poprawna. Spora grupa uczniów z pewnością pogubiła się w ustalaniu miejsc, w których oba kolory nakładały się i wybierała odpowiedź w sposób przypadkowy.

Wśród zadań otwartych najmniej uczniów poprawnie rozwiązało zadania 18 i 19.

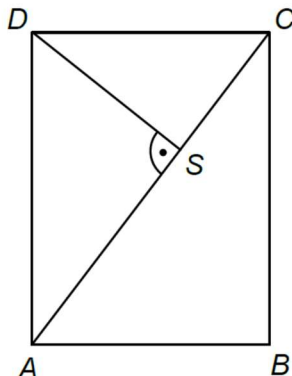
Zadanie 18. (0–2)

Ania chciała kupić 10 jednakowych puszek karmy dla psa, ale zabrakło jej 11 złotych. Kupiła 6 takich puszek karmy i zostało jej 3,40 złotych. Ile kosztuje jedna puszka karmy? Zapisz obliczenia.

Według danych CKE aż 70% uczniów otrzymało za to zadanie 0 punktów, a jego poprawnie rozwiązało je tylko 29%. Sytuacja opisana w tym zadaniu ma odniesienia realistyczne – dotyczy zakupów, z którymi uczniowie spotykają się na co dzień. Jednak rozumowanie, które należało tu przeprowadzić, nie jest takie proste. Można próbować tworzyć arytmetyczną drogę do rozwiązania albo budować model algebraiczny, albo wręcz próbować odgadnąć wynik. Żadne z tych podejść nie jest wolne od okazji do popełnienia błędów. Jak zauważyła CKE, najczęstszym rodzajem błędów, które powodowały utratę 1 pkt. (czyli połowy punktów za to zadanie), były błędy rachunkowe.

Zadanie 19. (0–3)

Dany jest prostokąt $ABCD$ o wymiarach 12 cm i 16 cm. Odcinek AC jest przekątną tego prostokąta. Odcinek DS jest wysokością trójkąta ACD (patrz rysunek).



Oblicz długość odcinka DS . Zapisz obliczenia.

To zdanie poprawnie rozwiązało także 29% zdających. Nie jest to zaskakująco mało (w poprzednim roku najtrudniejsze zadanie zostało rozwiązane przez jedynie 7% uczniów), ale powinno stanowić sygnał do dydaktycznego niepokoju. Rozwiązanie zadania jest dwuetapowe. W pierwszym należało wyliczyć, korzystając z twierdzenia Pitagorasa, długość przekątnej AC a w drugim kroku, posługując się sposobem obliczania pola trójkąta – ustalić długość wysokości DS . O ile z pierwszym etapem tej procedury uczniowie radzili sobie nieźle, to drugi był dla wielu z nich nie do przebrnięcia. Część z nich nie była w stanie odkryć, że trzeba tu wykorzystać wzór na pole trójkąta, inni kierowali się fałszywym przekonaniem, że trójkąty widoczne na rysunku są charakterystyczne (45° , 45° , 90° lub 30° , 60° , 90°), albo uważali, że S jest środkiem przekątnej.

Tego typu zadania geometryczne sprawiają uczniom trudność głównie dlatego, że nie potrafią oni dobrze przeczytać rysunku i skojarzyć własności figur oraz relacji między elementami figur na nim przedstawionych z posiadaną wiedzą. Jest to jednak umiejętność złożona i tu trzeba dodać (na obronę tych, którym się mniej powiodło), że znacznie trudniejsza do wykształcenia w nauczaniu zdalnym.

Najłatwiejszymi zadaniami w tegorocznym arkuszu były zadania 10 i 11 (zamknięte), w których poprawną odpowiedź wskazało 76% zdających egzamin.

Zadanie 10. (0–1)

Ala kupiła trzy zeszyty i blok rysunkowy. Średnia arytmetyczna cen tych czterech artykułów była równa 6 zł. Zeszyty kosztowały łącznie 15 zł.

Ile kosztował blok rysunkowy? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 4 zł

B. 5 zł

C. 8 zł

D. 9 zł

Znów zadanie z kontekstem dobrze znanym uczniom, nietrudnymi rachunkami i dające możliwość zastosowania różnych strategii rozwiązań: „odwrócenie” czynności obliczania

średniej arytmetycznej, zbudowanie równania czy po prostu sprawdzenie, która z czterech proponowanych odpowiedzi spełnia warunki zadania.

Zadanie 11. (0–1)

W pewnej loterii wśród 150 losów co szósty był wygrywający, a pozostałe losy były puste. Wyciągnięto 30 losów i żaden z nich nie był wygrywający.

Uzupełnij zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

Na loterię przygotowano

A	B
---	---

 losów wygrywających.

A. 120

B. 25

Wyciągnięto jeszcze jeden los. Prawdopodobieństwo tego, że będzie to los wygrywający, wynosi

C	D
---	---

.

C. $\frac{25}{120}$

D. $\frac{25}{125}$

W tym zadaniu uczeń w pierwszej części powinien ustalić, ile losów wygrywających przygotowano, interpretując określenie „co szósty”. To było łatwe, nawet bez obliczeń. Z codziennego doświadczenia wiemy, że „co szósty” to na pewno mniej niż połowa, a więc gdy wszystkich losów było 150, a „co szósty” jest liczbą 120 albo 25, wybrać należy 25. Ta informacja nie pomaga jednak w określeniu prawdopodobieństwa w drugiej części zadania – tu bowiem liczniki obu ułamków są równe 25. Wracając do tekstu, łatwo wyliczyć, że po wyciągnięciu 30 losów w pojemniku zostało ich 120, czyli należy wskazać ułamek $\frac{25}{120}$. Zadanie wydaje się dobrze przyjęte przez uczniów – poprawnie rozwiązało je 76% zdających.

Wiele zadań z tego arkusza jest interesujących jako materiał do projektowania działań edukacyjnych zarówno nauczycieli, jak i uczniów na kolejny rok szkolny. Analiza całego raportu o wynikach tegorocznego egzaminu ułatwi układanie takich planów.

5. Przygotowania do egzaminu w 2022 roku

Sytuacja epidemiczna nie jest obecnie do końca jasna, mogą wrócić ograniczenia w planowaniu i prowadzeniu nauczania oraz w przygotowywaniu ósmoklasistów do egzaminu. Ponieważ w takiej sytuacji kontakt ucznia z nauczycielem i innymi uczniami z klasy jest często utrudniony, należy sięgnąć po takie metody, które będą intensywniej rozwijały uczniowską samodzielność poznawczą, pomysłowość i kreatywność. Podręczniki Nowej Ery zawierają wiele zadań wspomagających ten kierunek, ale z pewnością warto sięgnąć po źródła szczególnie ukierunkowane na przygotowanie do E8, dostosowane w zakresie treści do wymogów aneksu do „Informatora...”. Takie są z pewnością następujące publikacje wydawnictwa:

- „Teraz egzamin ósmoklasisty. Repetytorium. Matematyka”,

- „Teraz egzamin ósmoklasisty. Arkusze egzaminacyjne. Matematyka”,
- „Tablice matematyczne dla szkoły podstawowej”.

Podczas przygotowywania uczniów do egzaminu warto mieć trochę ogólniejsze spojrzenie na metodologię pracy związanej z rozwiązywaniem zadań. Oto dwie odpowiedzi, które – jak wskazuje analiza tegorocznych rozwiązań zadań egzaminacyjnych – są z pewnością istotne i pomocne w tych działaniach.

- Zauważmy, że czasem zupełnie bezwiednie, bo tak jest najprościej, posługujemy się zależnościami proporcjonalnymi – na przykład przy obliczeniach procentowych, porównywaniu wielkości geometrycznych, obliczaniu prędkości, drogi lub czasu czy nawet przy wyliczaniu prawdopodobieństwa.
- Inną metodą, której można w różnych okolicznościach użyć, jest metoda prób i poprawek. Może ona zastąpić inne podejście do rozwiązania – np. algebraiczne – a jest dla ucznia bardziej naturalna i prostsza w stosowaniu.

Na ostatnim egzaminie istotnym problemem okazała się wizualizacja. Jest to między innymi aktywne czytanie rysunku, czyli:

- > dostrzeganie na nim istotnych informacji (kształtów, relacji, wymiarów),
- > uzupełnianie go o niezbędne pomocnicze elementy (np. wysokość, podział figury na części, wpisanie danych liczbowych),
- > oderwanie się od tradycyjnego widzenia „pion–poziom”.

Wizualizacja to też sporządzanie rysunku:

- > Rysunek może być istotnym elementem rozwiązania i wtedy wszelkie wykorzystywane lub dostrzegane zależności powinny zostać przez ucznia skomentowane. Taki rysunek podlega ocenie na egzaminie.
- > Uczeń może wykonywać szkice różnych pomysłów, wspomagając w ten sposób swoją wyobraźnię. Wówczas taki rysunek może być uznany za brudnopis, ale jeśli będzie w polu przeznaczonym na zapis rozwiązania, to oceniający może go wykorzystać, np. do pełniejszego poznania toku rozumowania ucznia.
- > Rysunki do zadania nie muszą być precyzyjne, ale powinny wyrażać istotę zagadnienia i wraz z wyobraźnią autora rysunku tworzyć odzwierciedlenie istotnych elementów lub związków.
- > Nie należy od uczniów wymagać przesadnej estetyki, ale konieczne jest utworzenie takiego modelu, który nie ogranicza rozumowania i jest funkcjonalny.
- > Rysunek nie powinien powodować błędnych sugestii – np. w zadaniu o dowolnym trójkącie uczeń może narysować trójkąt równoboczny, ale nie może korzystać z własności tego rodzaju trójkątów.

- > Na rysunku nie musi być przedstawiony cały obiekt opisany w zadaniu – wystarczy fragment, który jest aktualnie analizowany (np. ściana ostrosłupa).
- > Uczeń może swobodnie wybierać sposób kodowania obiektów – kółka, kreski, krzyżyki. Ważne, aby oddawał istotę kodowanego pojęcia lub zależności.

Innego rodzaju trudności wiążą się z zadaniami na dowodzenie. Tu podczas ćwiczenia umiejętności ich rozwiązywania warto skupić uwagę na tym, jak ważne jest:

- > zrozumienie przez uczniów struktury twierdzenia, czyli istoty implikacji,
- > dostrzeżenie, czego – oprócz założeń zapisanych w treści zadania – można użyć w uzasadnianiu,
- > sposób uzasadniania stwierdzeń typu „Istnieje taki (...), że...”, oraz stwierdzeń postaci „Dla każdego...”,
- > umiejętne zapisanie uzasadnienia.

Specyfika nauczania zdalnego lub hybrydowego zmusza ucznia do wysoko rozwiniętej autokontroli. Powinna ona, zwłaszcza teraz, stać się naturalnym odruchem, dlatego należałoby zwrócić szczególną uwagę uczniów między innymi na następujące kwestie:

- > Jeśli w zadaniu ma być spełniona pewna relacja o charakterze arytmetycznym, to warto przed napisaniem odpowiedzi sprawdzić, czy ta relacja zachodzi.
- > Jeśli zadanie ma kontekst praktyczny, to należy także sprawdzić, czy inne uwarunkowania wynikające z codziennego doświadczenia są spełnione (parametry fizyczne zgodne z rzeczywistymi obserwacjami, wiek osób zgodny z realiami).
- > Przy wielkościach mianowanych warto przeprowadzić rachunek na jednostkach.

Na zakończenie – kilka wskazówek dotyczących samego organizowania powtórek przed egzaminem:

- > Warto co jakiś czas sięgnąć po aneks do „Informatora o egzaminie ósmoklasisty z matematyki” i przejrzeć wykaz wymagań ogólnych i szczegółowych.
- > Przydatne może się okazać retrospektywne spojrzenie na ostatnie miesiące i ocena, które umiejętności warto jeszcze poćwiczyć.
- > Koniecznie trzeba zebrać od uczniów informacje o tym, co ich zdaniem jeszcze nie do końca opanowali i zorganizować powtórki na życzenie.
- > Jeśli warunki na to pozwalają, warto zorganizować jeden lub dwa próbne egzaminy. Jeśli technicznie jest to trudne, można rozdać uczniom arkusze jako pracę domową. Należy wtedy zwrócić im szczególną uwagę na gospodarowanie czasem.

- > Idealnymi źródłami materiałów do ćwiczeń przez cały rok szkolny, w tym również na ostatnią chwilę, są wcześniej wskazane publikacje: „Repetytorium” i „Arkusze egzaminacyjne”.
- > Powtórki powinny być połączone z motywowaniem do jak najlepszego przygotowania się do egzaminu oraz z kształceniem umiejętności kontrolowania emocji podczas egzaminu.

Egzamin w klasie ósmej jest wydarzeniem ważnym dla wielu osób, ale oczywiście najważniejszym – dla absolwentów szkoły podstawowej. Dobry wynik może być dla nich przepustką do wymarzonej szkoły, co będzie sukcesem i powodem do satysfakcji nie tylko dla uczniów i ich rodziców, lecz także dla nas, ich nauczycieli.